

DS de sciences physiques (3h30)

EXERCICE I : UN SÉISME DANS LE JURA

Le 23 février 2004, un séisme de magnitude 5,1 selon le Réseau National de Surveillance Sismique s'est produit à Roulans (dans le département du Doubs), à 20 km au nord-est de Besançon. Ce séisme a été ressenti très largement en dehors du Doubs dans tout l'est de la France, en Suisse et dans le nord-ouest de l'Allemagne, sans faire de victimes ni de dégâts significatifs.

Lors d'un séisme, des ondes traversent la Terre. Elles se succèdent et se superposent sur les enregistrements des sismomètres. Leur vitesse de propagation et leur amplitude sont modifiées par les structures géologiques traversées. C'est pourquoi les signaux enregistrés sont la combinaison d'effets liés à la source, aux milieux traversés et aux instruments de mesure.

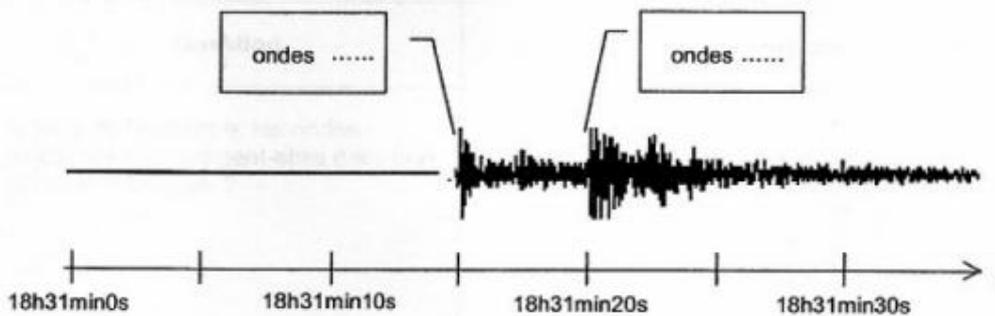
Parmi les ondes sismiques, on distingue:

- les ondes P ou ondes primaires, qui sont des ondes de compression ou ondes longitudinales ; leur célérité v_p vaut en moyenne $v_p = 6,0 \text{ km.s}^{-1}$.
- les ondes S ou ondes secondaires, appelées également ondes de cisaillement ou ondes transversales ; leur célérité v_s vaut en moyenne $v_s = 3,5 \text{ km.s}^{-1}$.

1. Étude d'un sismogramme

L'écart entre les dates d'arrivée des ondes P et S renseigne, connaissant la célérité des ondes, sur l'éloignement du lieu où le séisme s'est produit. Le document 1 présente un extrait de sismogramme relevé dans une station d'enregistrement après le séisme du 23 février de Roulans. On notera t_0 la date correspondant au début du séisme, date à laquelle les ondes P et S sont générées simultanément.

1.1. En utilisant des informations du texte encadré, associer, sur le document 1, à chaque signal observé sur le sismographe, le type d'ondes détectées (ondes S ou ondes P). Justifier.



1.2. Relever sur ce document les dates notées respectivement t_s et t_p , d'arrivée des ondes S et P à la station d'enregistrement

1.3. Soit d la distance qui sépare la station d'enregistrement du lieu où le séisme s'est produit.

Exprimer la célérité notée v_s des ondes S en fonction de la distance d parcourue et des dates t_s et t_0 .

Faire de même pour les ondes P avec les dates t_p et t_0 .

1.4. Retrouver l'expression de la distance d :
$$d = \frac{v_s \cdot v_p}{v_p - v_s} (t_s - t_p)$$

1.5. En déduire la valeur numérique de cette distance d .

2. Fonctionnement d'un sismomètre

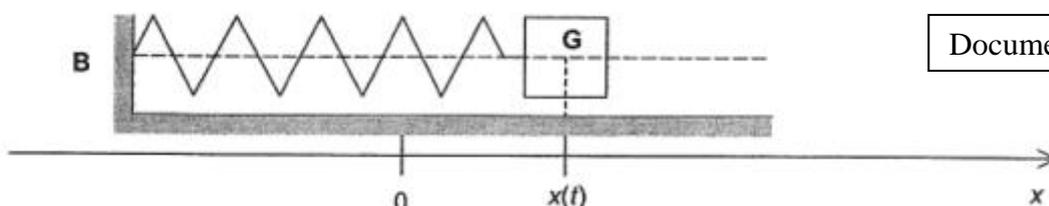
Pour obtenir des sismogrammes comme celui présenté sur le document 1, on utilise des sismomètres. C'est un appareil capable de détecter de très petits mouvements du sol et de les enregistrer. Il fonctionne sur le même principe qu'un oscillateur solide-ressort amorti lié à un bâti fixé au sol. Les sismomètres sont sensibles aux vibrations verticales ou horizontales au sol. On s'intéresse ici au fonctionnement d'un sismomètre horizontal.

On modélise le sismomètre horizontal par un système solide-ressort. Le ressort de constante de raideur k est fixé par une extrémité à un bâti B. Le solide de masse m et de centre d'inertie G se déplace le long d'un support rectiligne horizontal. La projection de G est repérée sur l'axe Ox par son abscisse $x(t)$ (voir document 2).

L'origine O représente la projection du point G lorsque la longueur du ressort correspond à sa longueur à vide. En l'absence de tout séisme, on étudie les oscillations libres du système solide-ressort et on néglige tout frottement.

Le bâti est alors supposé fixe dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

ressort de constante de raideur k solide de masse m



2.1. Faire un inventaire des forces extérieures exercées sur le solide et les représenter sur le schéma du document 2.

2.2 La période propre T_0 des oscillations libres du solide est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Vérifier la cohérence de cette expression par une analyse dimensionnelle.

EXERCICE II : UNE EQUATION AU SERVICE DES SCIENCES PHYSIQUES

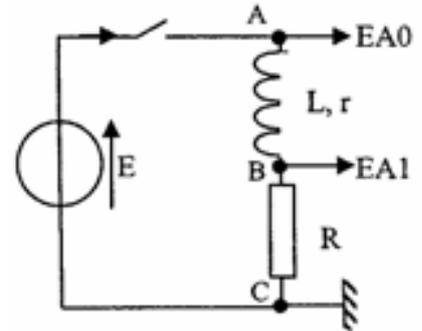
L'équation différentielle $\frac{dx}{dt} + \alpha x = \beta$ (1), (α et β étant des grandeurs constantes), permet de décrire un grand nombre de phénomènes physiques variables au cours du temps: intensité, tension, vitesse, grandeur radioactive. On rappelle que mathématiquement cette équation admet en particulier 2 solutions :

$$x(t) = \frac{\beta}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha t}) \text{ si } \beta \neq 0 \text{ (2)} \quad \text{et} \quad x(t) = X_0 e^{-\alpha t} \text{ si } \beta = 0 \text{ avec } X_0 \text{ grandeur constante}$$

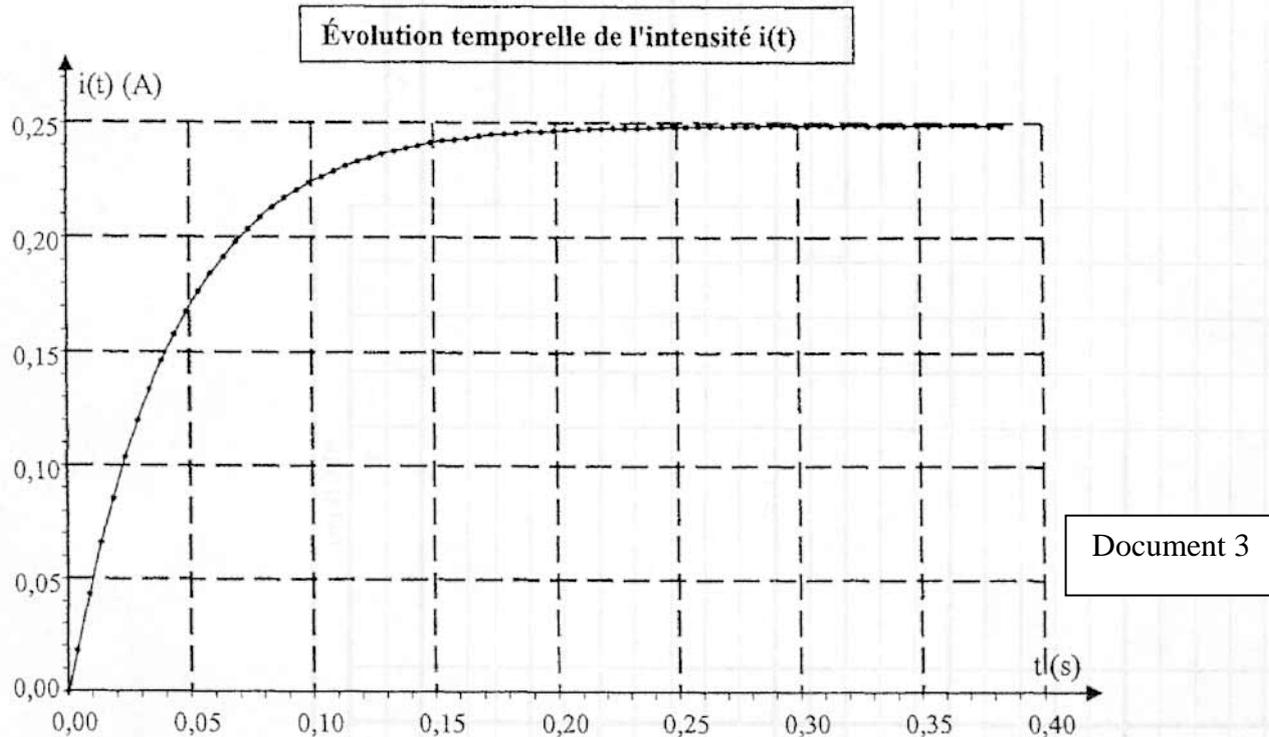
PARTIE A: DANS LE DOMAINE DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES

Cette première partie tend à montrer la validité du modèle pour un circuit électrique mettant en jeu une bobine d'inductance L et de résistance $r = 11,8 \Omega$, (donc non négligeable), et un conducteur ohmique de résistance $R = 12 \Omega$, alimenté par un générateur délivrant une tension continue $E = 6,1 \text{ V}$.

On réalise expérimentalement le circuit électrique ci-contre. L'évolution des grandeurs variables, tension $u(t)$ et intensité $i(t)$, est obtenue par voie informatique.



La courbe expérimentale donnant l'évolution de l'intensité $i(t)$, obtenue par traitement informatique est donnée ci-dessous (document 3).



- 1.1. Évaluer graphiquement la durée du régime transitoire. Aucune justification n'est demandée.
- 1.2. τ étant la constante de temps associée au dipôle {bobine-conducteur ohmique} :
 - 1.2.1. Donner l'expression littérale de τ en fonction des paramètres du circuit.
 - 1.2.2. En déduire l'expression de l'inductance de la bobine et calculer sa valeur (elle est comprise entre 0,95 et 1,20 H).
- 2.1. En utilisant la loi d'additivité des tensions et en respectant l'orientation du circuit, établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$.
- 2.2. Par identification avec l'équation (1) vérifier que $\alpha = \frac{R+r}{L}$ et donner l'expression de β .
- 2.3. En déduire l'équation horaire littérale $i(t)$ en fonction de $\{r, R, L \text{ et } E\}$. Montrer que cette solution valide bien l'équation établie en 2.1.

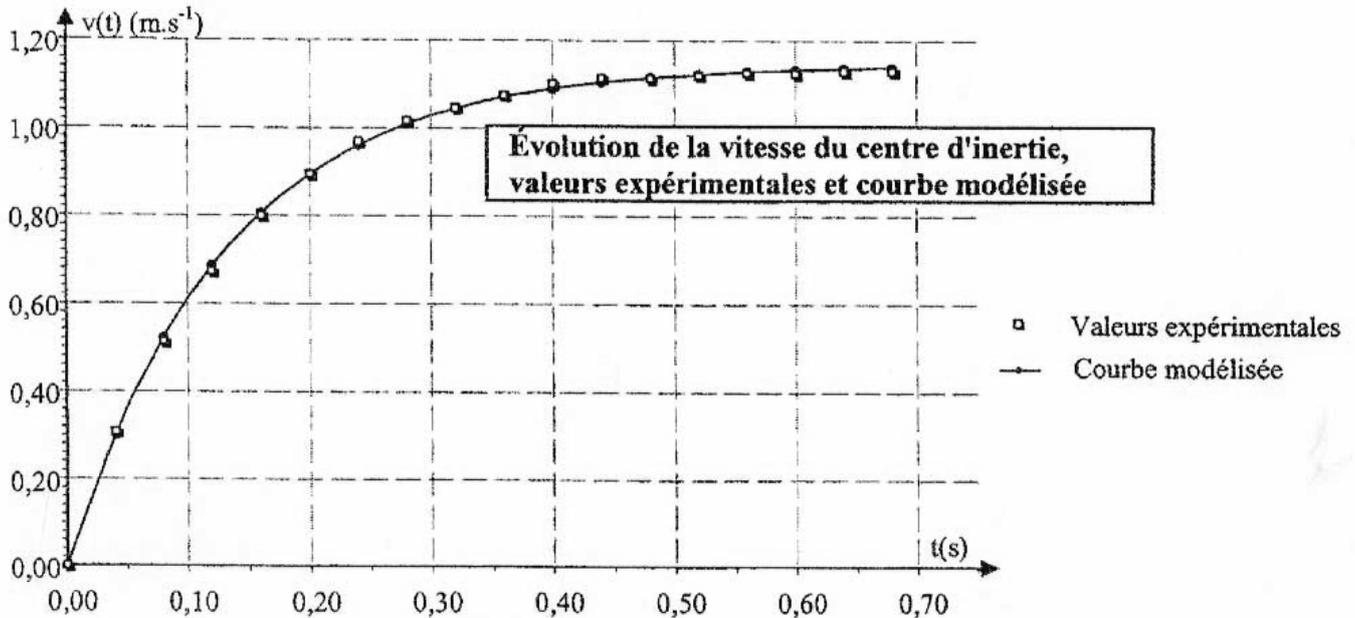
2.4. Montrer que cette équation horaire peut s'écrire $i(t) = \frac{E}{R+r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$.

3- Confrontation des résultats expérimentaux avec le modèle théorique. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et $e^0 = 1$

- 3.2. On appellera I l'intensité en régime permanent (l'intensité étant constante). Donner l'expression littérale de I . Calculer sa valeur. Est-elle en accord avec la valeur expérimentale obtenue ?
- 3.3. Donner l'expression littérale de $i(t)$ à la date $t = \tau$ en fonction de I . Calculer sa valeur. Est-elle en accord avec l'expérience ?

PARTIE B : DANS LE DOMAINE MÉCANIQUE.

L'étude de la chute d'une bille d'acier, de masse m , dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide} a été exploitée grâce à un logiciel. Les capacités du logiciel permettent ensuite de faire tracer l'évolution de la vitesse du centre d'inertie en fonction du temps. Les deux courbes, expérimentale et modélisée, sont proposées ci-dessous, mais ne donnent lieu à aucune exploitation.



1. L'équation mathématique associée à la courbe modélisée, vérifie $v(t) = 1,14 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{0,132}} \right)$ (3), avec $v(t)$ en $m.s^{-1}$ et t en s .

Cette équation est identifiable à l'équation (2).

1.1. Déterminer la valeur de α et du rapport $\frac{\beta}{\alpha}$. Donner l'unité du rapport $\frac{\beta}{\alpha}$.

1.2. Montrer que l'équation différentielle ayant l'équation (3) pour solution vérifie l'écriture numérique $\frac{dv}{dt} + 7,58 v = 8,64$.

2. Étude du phénomène physique.

2.1. Faire l'inventaire des forces appliquées à la bille. Les représenter sur un schéma, en sens et direction appliquée au centre d'inertie G de la bille.

2.2. Appliquer au système bille la seconde loi de Newton.

3. Exploitation de la modélisation

La bille ayant servi à réaliser l'étude est une bille d'acier de masse $m = 32 \text{ g}$ et de volume V . L'accélération de la pesanteur est $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

Les forces de frottement qui s'appliquent à la bille ont pour expression $\vec{f} = -k \vec{v}$.

3.1. En utilisant un axe vertical orienté vers le bas, montrer que l'équation différentielle relative à la grandeur variable $v(t)$

vérifie $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = \left(1 - \frac{\rho_{\text{fluide}} \cdot V}{m} \right) \cdot g$.

3.2. En déduire l'expression littérale des coefficients α et β de l'équation (1).

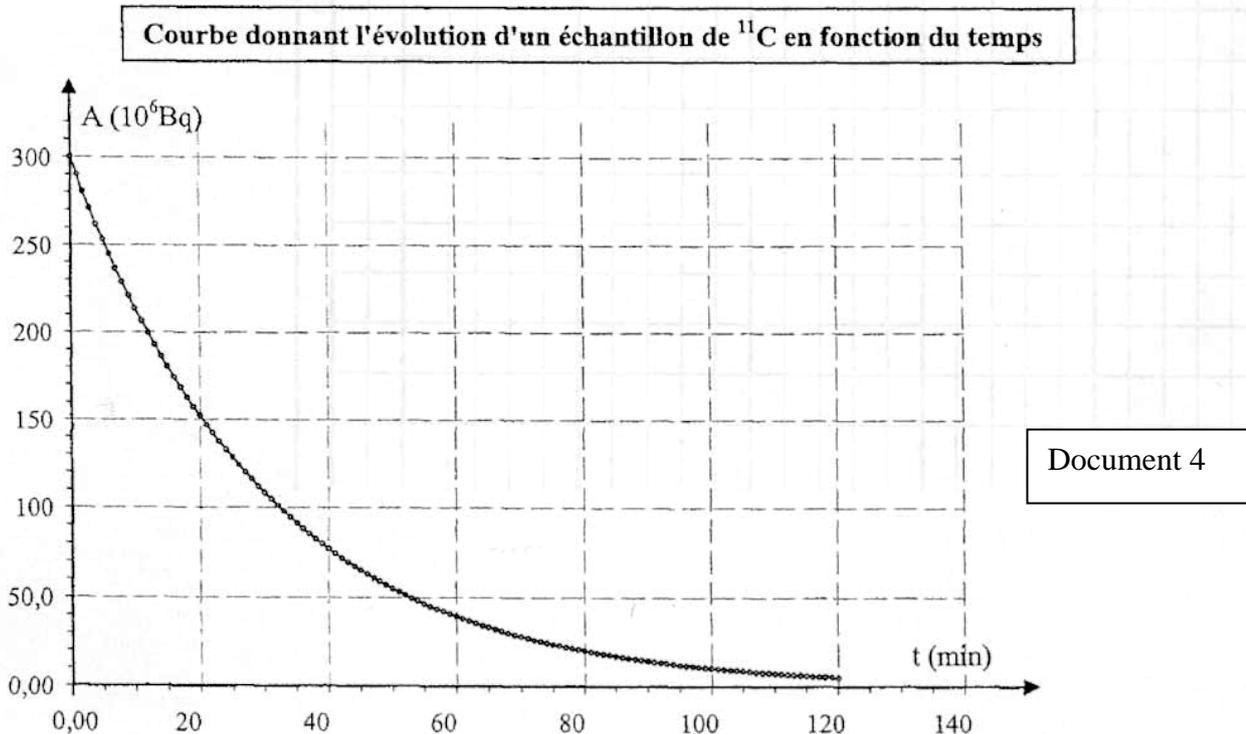
PARTIE C : DANS LE DOMAINE DE LA RADIOACTIVITÉ

Les traceurs radioactifs sont des radio-isotopes très utilisés en imagerie médicale pour l'exploration des organes.

Des dispositifs adaptés transforment en image les mesures d'activité enregistrées.

Le ^{11}C est un traceur radioactif utilisé pour suivre en particulier l'évolution de la maladie de Parkinson. Ce traceur radioactif se fixe sur le cerveau. L'activité moyenne résiduelle évolue au cours du temps selon la loi $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$ (4).

L'évolution de l'activité d'un échantillon de ^{11}C est donnée sur le document 4 ci-dessous. On va utiliser ce graphique pour atteindre les grandeurs radioactives caractéristiques du ^{11}C .



1. Montrer par analyse dimensionnelle que λ (constante radioactive), est identifiable à l'inverse d'un temps.
2. Rappeler la relation liant λ à la constante de temps τ du radio isotope. Exprimer la loi d'évolution $A(t)$ en fonction de τ .
3. Évaluer graphiquement la valeur de la constante de temps τ et en déduire la valeur de λ .
On prendra par la suite $\lambda = 3,40 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}$.
4. Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$, le déterminer graphiquement.

Exercice III : COMME UN POISSON DANS L'EAU

L'aquariophilie est une passion qui touche de plus en plus d'amateurs mais aussi de néophytes. De nombreux facteurs peuvent contribuer à un déséquilibre dangereux pour la vie et la santé des poissons. Il est donc nécessaire de contrôler régulièrement la qualité de l'eau.

Le pH de l'eau est la première grandeur qu'il faut mesurer, au moins une fois par semaine, et ajuster éventuellement. En effet, certains poissons ne peuvent évoluer que dans un milieu acide (c'est le cas des poissons d'Amazonie comme les Néons ou les Tétras), d'autres dans un milieu basique (c'est le cas des poissons d'Amérique Centrale comme les Platy et les Molly). Aucun de ces poissons ne tolère une trop forte teneur en ions ammonium (NH_4^+) ou en ions nitrite (NO_2^-) : le cycle de l'azote doit donc être surveillé en évitant soigneusement la surpopulation de l'aquarium et l'excès de nourriture.

D'après "Poissons et aquariums" - Édition Larousse

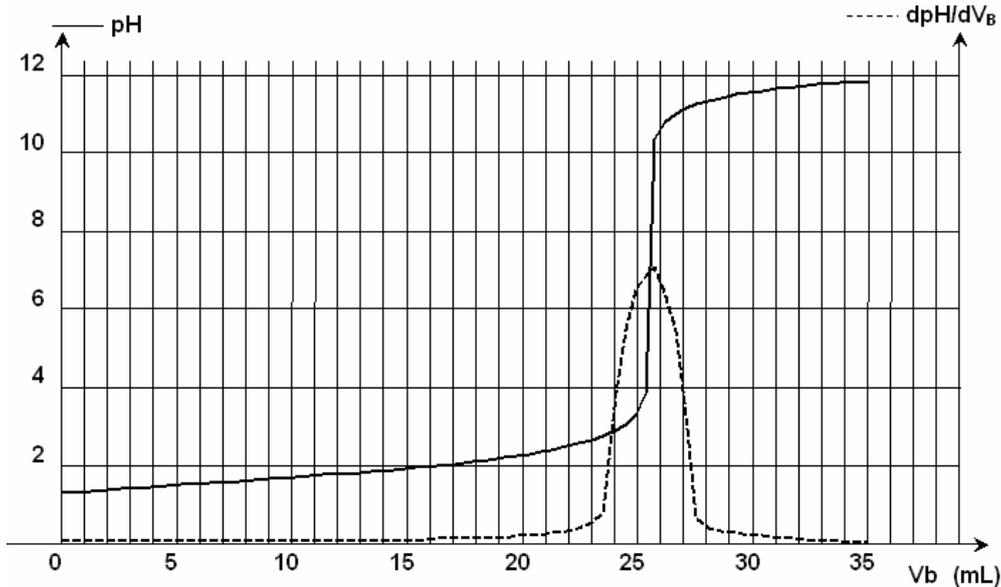
L'exercice suivant est destiné à préciser certains points de ce texte. On étudie d'abord un produit commercial utilisé pour diminuer le pH de l'eau de l'aquarium ; on s'intéresse ensuite à la formation des ions ammonium.

Les parties 1. et 2. sont indépendantes. Le logarithme décimal est noté \lg .

1. Étude d'une solution commerciale destinée à diminuer le pH de l'aquarium

Sur l'étiquette du produit on peut lire que la solution commerciale S_0 est constituée d'acide chlorhydrique : ($\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}(\text{aq})$) mais aucune concentration n'est indiquée. La transformation conduisant à l'acide chlorhydrique étant totale, la concentration c_0 de la solution commerciale est égale à la concentration en ions H_3O^+ . On cherche à déterminer cette concentration en faisant un titrage pH-métrique. Pour cela on dilue 50 fois la solution commerciale et on procède au titrage d'un volume $V_A = 20,0 \text{ mL}$ de la solution diluée S_A à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium $S_B(\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}))$ de concentration molaire en soluté apporté $c_B = 4,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. On obtient la courbe ci-dessous. On a également fait apparaître la courbe représentant la dérivée du pH en fonction du volume de soude versé.

Figure 1 : Titrage de la solution commerciale diluée par la soude



1.1. Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

1.2.1. Définir l'équivalence.

1.2.2. En déduire la valeur de la concentration des ions oxonium dans la solution diluée S_A .

1.2.3. Montrer que dans la solution commerciale, la concentration des ions oxonium $[H_3O^+]$ est voisine de $2,5 \text{ mol.L}^{-1}$. Cette valeur sera utilisée pour la suite de l'exercice.

1.3. On désire diminuer le pH de l'eau de l'aquarium et l'amener à une valeur proche de 6 alors qu'il était initialement égal à 7. Sur le mode d'emploi du fabricant on peut lire qu'il faut verser, en une fois, 20 mL de la solution commerciale dans 100 L d'eau. Pour simplifier le calcul, on considérera que le volume final reste égal à 100 L.

Quelle serait la valeur du pH final de l'eau de l'aquarium s'il n'y avait qu'une simple dilution des ions H_3O^+ ?

1.4. L'eau étant toujours plus ou moins calcaire, elle contient des ions hydrogencarbonate ($HCO_3^-(aq)$) dont il faut tenir compte. Les ions H_3O^+ introduits vont, en effet, réagir avec ces ions.

L'équation associée à la réaction considérée est la suivante : $HCO_3^-(aq) + H_3O^+ = CO_2(aq) + 2 H_2O(l)$ (réaction 1)

1.4.1. Donner l'expression de la constante d'équilibre K_1 associée à l'équation de la réaction 1 en fonction des concentrations des différentes espèces chimiques présente.

1.4.2. Exprimer cette constante d'équilibre en fonction de la constante d'acidité K_A du couple :

$CO_2(aq), H_2O / HCO_3^-(aq)$. Déterminer sa valeur numérique. Donnée : $K_A = 10^{-6,4}$

1.5. L'eau utilisée pour l'aquarium est très calcaire. Dans cette eau, les concentrations molaires initiales des espèces mises en jeu dans la réaction 1 sont telles que le quotient de réaction initial de cette réaction vaut : $Q_{r,i} = 5,0$.

1.5.1. En utilisant le critère d'évolution spontanée, montrer que des ions H_3O^+ sont consommés si l'eau est calcaire.

1.5.2. Le pH final sera-t-il supérieur, égal ou inférieur au pH calculé à la question 1.3. ?

2. Étude de la formation des ions ammonium.

L'urée, de formule $(NH_2)_2CO$, est un polluant de l'aquarium. Elle est contenue dans les déjections de certains poissons et conduit, au cours d'une réaction lente, à la formation d'ions ammonium NH_4^+ et d'ions cyanate OCN^- selon l'équation : $(NH_2)_2CO(aq) = NH_4^+(aq) + OCN^-(aq)$ (réaction 2)

L'étude de la cinétique de cette réaction 2 peut être réalisée par conductimétrie. Pour cela on prépare un volume $V = 100,0 \text{ mL}$ d'une solution d'urée de concentration molaire en soluté apporté égale à $c = 0,020 \text{ mol.L}^{-1}$ et on suit sa décomposition en la maintenant dans un bain marie à $45^\circ C$. À différentes dates, on mesure la conductivité de la solution.

La conductivité σ de cette solution peut s'exprimer en fonction des concentrations des espèces ioniques en solution et des conductivités molaires ioniques (les ions H_3O^+ et HO^- (aq) sont en très faible quantité et pourront ne pas être pris en compte).

On a donc la relation suivante : $\sigma = \lambda_{NH_4^+} [NH_4^+] + \lambda_{OCN^-} [OCN^-]$

2.1. Montrer que la concentration de la solution en ions $NH_4^+(aq)$ peut être déterminée à partir de la mesure de la conductivité de la solution, les conductivités molaires ioniques étant connues.

2.2. Compléter littéralement le tableau ci-dessous descriptif de l'évolution du système :

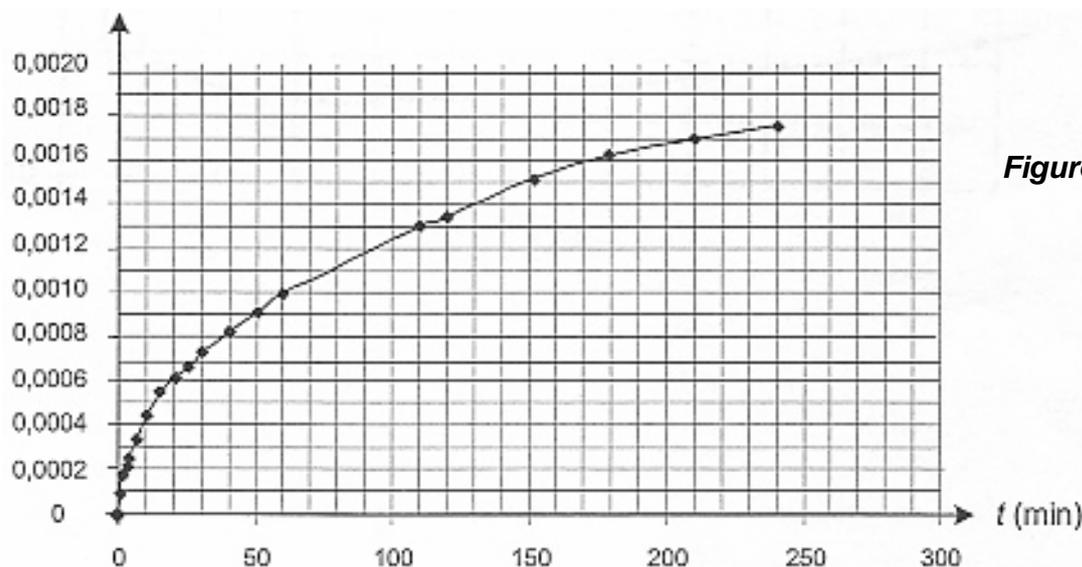
État	Avancement (mol)	$(NH_2)_2CO(aq) = NH_4^+(aq) + OCN^-(aq)$		
		Quantités de matière (mol)		
		$(NH_2)_2CO(aq)$	$NH_4^+(aq)$	$OCN^-(aq)$
État initial	$x = 0$			
État en cours d'évolution	x			
État final en supposant la transformation totale	x_{max}			

2.3. En déduire la relation, à chaque instant, entre la concentration en ions NH_4^+ (aq) en solution et l'avancement de la réaction.

2.4. Calculer l'avancement maximal x_{max} .

2.5. On peut ainsi représenter l'évolution de l'avancement de la réaction en fonction du temps

Avancement x en mol.



En déduire le taux d'avancement de la réaction à l'instant de date $t = 110$ min.

2.6. La vitesse volumique de réaction est donnée par la relation : $v(t) = \frac{1}{V} \left(\frac{dx}{dt} \right)$ où x est l'avancement de la réaction à l'instant de date t et V le volume de la solution. Décrire, en utilisant la courbe précédente, l'évolution de cette vitesse.

2.7. En poursuivant l'expérience pendant une durée suffisante, on obtient une concentration finale :

$[\text{NH}_4^+]_f = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Déterminer le taux d'avancement final de cette transformation.

Cette transformation est-elle totale ?

2.8. Définir puis déterminer graphiquement le temps de demi-réaction.

2.9. Dans l'aquarium, la valeur de la température est seulement de 27°C . Tracer sur la **figure 2** l'allure de la courbe précédente à cette température.

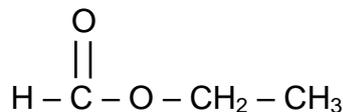
EXERCICE IV : SYNTHÈSE D'UN ADDITIF ALIMENTAIRE À ODEUR DE RHUM

Le rhum est une boisson alcoolisée, fabriquée à partir de la canne à sucre. Chaque rhum a ses particularités gustatives dues à divers facteurs : variétés de cannes, lieux de cultures...

Seules certaines boissons alcoolisées, directement issues de la canne ont droit à l'appellation "rhum".

L'industrie alimentaire met sur le marché de nombreux produits à odeur de rhum mais, pour des raisons économiques, beaucoup ne contiennent pas de "rhum". Ces produits tiennent leur odeur d'une molécule (notée Y) que l'on peut obtenir par synthèse.

Formule semi-développée de Y :



1. Entourer et nommer la fonction organique dans la molécule Y
2. Donner, en formules semi-développées, l'équation de la réaction de synthèse de Y à partir d'un acide carboxylique A
De façon simplifiée, elle sera notée: $\text{A} + \text{B} = \text{Y} + \text{W}$.
3. Nommer Y, A B et W

NOM :
Prénom :

Sujet Spécialité
(exercice à rédiger sur une feuille séparée)

DS de sciences physiques (3h30)

EXERCICE I : UN SÉISME DANS LE JURA

Le 23 février 2004, un séisme de magnitude 5,1 selon le Réseau National de Surveillance Sismique s'est produit à Roulans (dans le département du Doubs), à 20 km au nord-est de Besançon. Ce séisme a été ressenti très largement en dehors du Doubs dans tout l'est de la France, en Suisse et dans le nord-ouest de l'Allemagne, sans faire de victimes ni de dégâts significatifs.

Lors d'un séisme, des ondes traversent la Terre. Elles se succèdent et se superposent sur les enregistrements des sismomètres. Leur vitesse de propagation et leur amplitude sont modifiées par les structures géologiques traversées. C'est pourquoi les signaux enregistrés sont la combinaison d'effets liés à la source, aux milieux traversés et aux instruments de mesure.

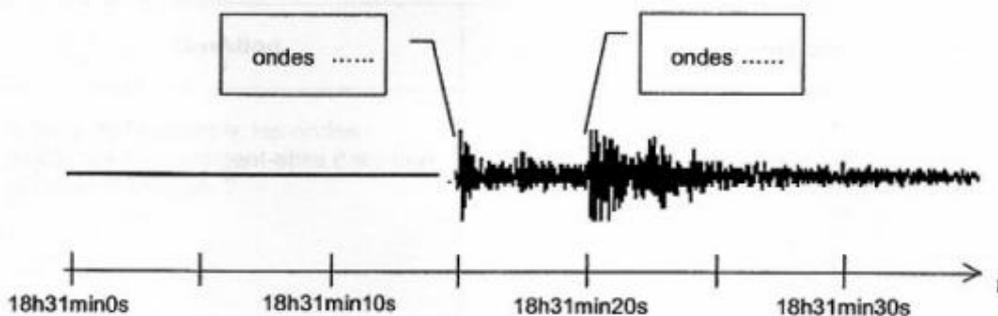
Parmi les ondes sismiques, on distingue :

- les ondes P ou ondes primaires, qui sont des ondes de compression ou ondes longitudinales ; leur célérité v_p vaut en moyenne $v_p = 6,0 \text{ km.s}^{-1}$.
- les ondes S ou ondes secondaires, appelées également ondes de cisaillement ou ondes transversales ; leur célérité v_s vaut en moyenne $v_s = 3,5 \text{ km.s}^{-1}$.

1. Étude d'un sismogramme

L'écart entre les dates d'arrivée des ondes P et S renseigne, connaissant la célérité des ondes, sur l'éloignement du lieu où le séisme s'est produit. Le document 1 présente un extrait de sismogramme relevé dans une station d'enregistrement après le séisme du 23 février de Roulans. On notera t_0 la date correspondant au début du séisme, date à laquelle les ondes P et S sont générées simultanément.

1.1. En utilisant des informations du texte encadré, associer, sur le document 1, à chaque signal observé sur le sismogramme, le type d'ondes détectées (ondes S ou ondes P). Justifier.



1.2. Relever sur ce document les dates notées respectivement t_s et t_p , d'arrivée des ondes S et P à la station d'enregistrement

1.3. Soit d la distance qui sépare la station d'enregistrement du lieu où le séisme s'est produit.

Exprimer la célérité notée v_s des ondes S en fonction de la distance d parcourue et des dates t_s et t_0 .

Faire de même pour les ondes P avec les dates t_p et t_0 .

1.4. Retrouver l'expression de la distance d :
$$d = \frac{v_s \cdot v_p}{v_p - v_s} (t_s - t_p)$$

1.5. En déduire la valeur numérique de cette distance d .

2. Fonctionnement d'un sismomètre

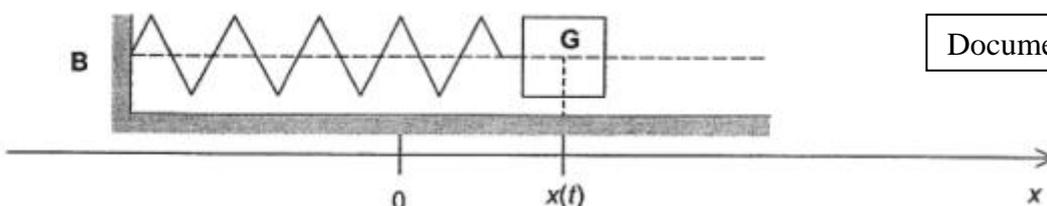
Pour obtenir des sismogrammes comme celui présenté sur le document 1, on utilise des sismomètres. C'est un appareil capable de détecter de très petits mouvements du sol et de les enregistrer. Il fonctionne sur le même principe qu'un oscillateur solide-ressort amorti lié à un bâti fixé au sol. Les sismomètres sont sensibles aux vibrations verticales ou horizontales au sol. On s'intéresse ici au fonctionnement d'un sismomètre horizontal.

On modélise le sismomètre horizontal par un système solide-ressort. Le ressort de constante de raideur k est fixé par une extrémité à un bâti B. Le solide de masse m et de centre d'inertie G se déplace le long d'un support rectiligne horizontal. La projection de G est repérée sur l'axe Ox par son abscisse $x(t)$ (voir document 2).

L'origine O représente la projection du point G lorsque la longueur du ressort correspond à sa longueur à vide. En l'absence de tout séisme, on étudie les oscillations libres du système solide-ressort et on néglige tout frottement.

Le bâti est alors supposé fixe dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

ressort de constante de raideur k solide de masse m



2.1 Faire un inventaire des forces extérieures exercées sur le solide et les représenter sur le schéma du document 2.

2.2 La période propre T_0 des oscillations libres du solide est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Vérifier la cohérence de cette expression par une analyse dimensionnelle.

EXERCICE II : UNE EQUATION AU SERVICE DES SCIENCES PHYSIQUES

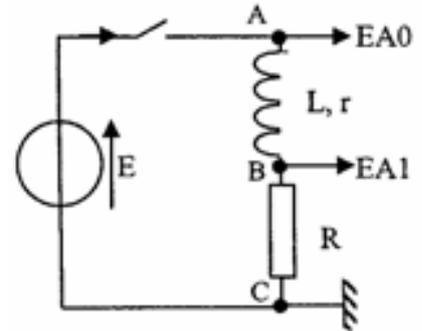
L'équation différentielle $\frac{dx}{dt} + \alpha x = \beta$ (1), (α et β étant des grandeurs constantes), permet de décrire un grand nombre de phénomènes physiques variables au cours du temps: intensité, tension, vitesse, grandeur radioactive. On rappelle que mathématiquement cette équation admet en particulier 2 solutions :

$$x(t) = \frac{\beta}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha t}) \quad \text{si } \beta \neq 0 \quad (2) \quad \text{et} \quad x(t) = X_0 e^{-\alpha t} \quad \text{si } \beta = 0 \quad \text{avec } X_0 \text{ grandeur constante}$$

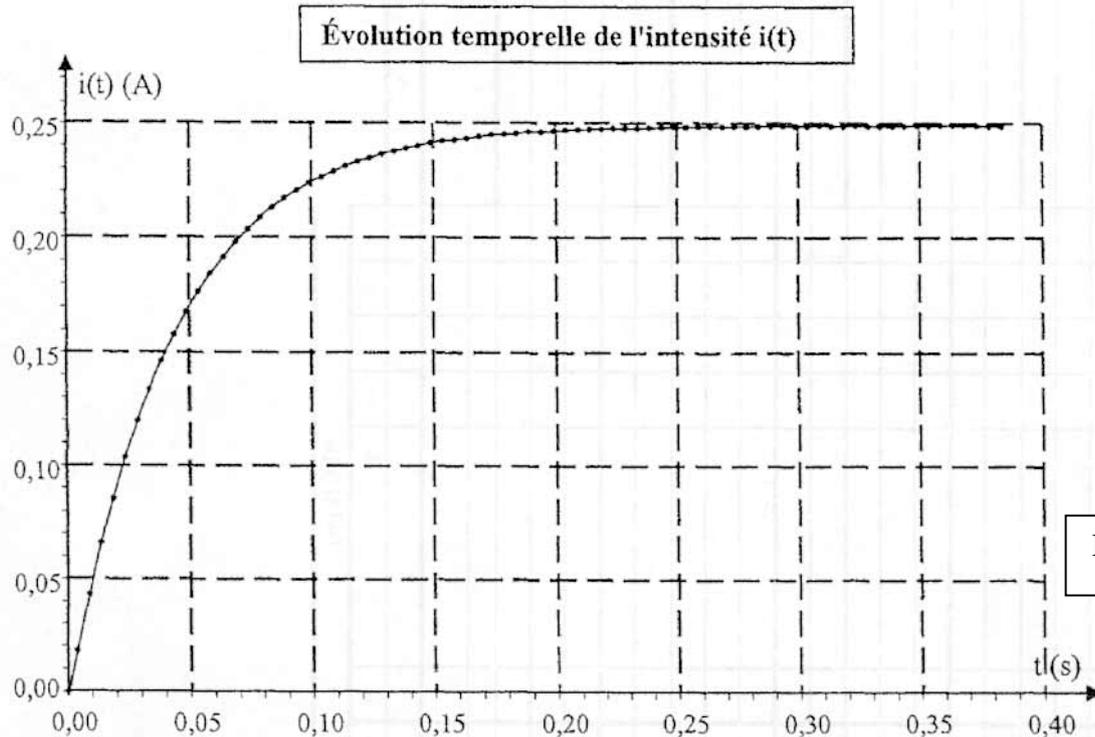
PARTIE A: DANS LE DOMAINE DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES

Cette première partie tend à montrer la validité du modèle pour un circuit électrique mettant en jeu une bobine d'inductance L et de résistance $r = 11,8 \Omega$, (donc non négligeable), et un conducteur ohmique de résistance $R = 12 \Omega$, alimenté par un générateur délivrant une tension continue $E = 6,1 \text{ V}$.

On réalise expérimentalement le circuit électrique ci-contre. L'évolution des grandeurs variables, tension $u(t)$ et intensité $i(t)$, est obtenue par voie informatique.



La courbe expérimentale donnant l'évolution de l'intensité $i(t)$, obtenue par traitement informatique est donnée ci-dessous (document 3).



Document 3

- 1.3. Évaluer graphiquement la durée du régime transitoire. Aucune justification n'est demandée.
- 1.4. τ étant la constante de temps associée au dipôle {bobine-conducteur ohmique} :
 - 1.2.1. Donner l'expression littérale de τ en fonction des paramètres du circuit.
 - 1.2.2. En déduire l'expression de l'inductance de la bobine et calculer sa valeur (elle est comprise entre 0,95 et 1,20 H).
- 2.1. En utilisant la loi d'additivité des tensions et en respectant l'orientation du circuit, établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$.
- 2.2. Par identification avec l'équation (1) vérifier que $\alpha = \frac{R+r}{L}$ et donner l'expression de β .
- 2.3. En déduire l'équation horaire littérale $i(t)$ en fonction de $\{r, R, L \text{ et } E\}$. Montrer que cette solution valide bien l'équation établie en 2.1.

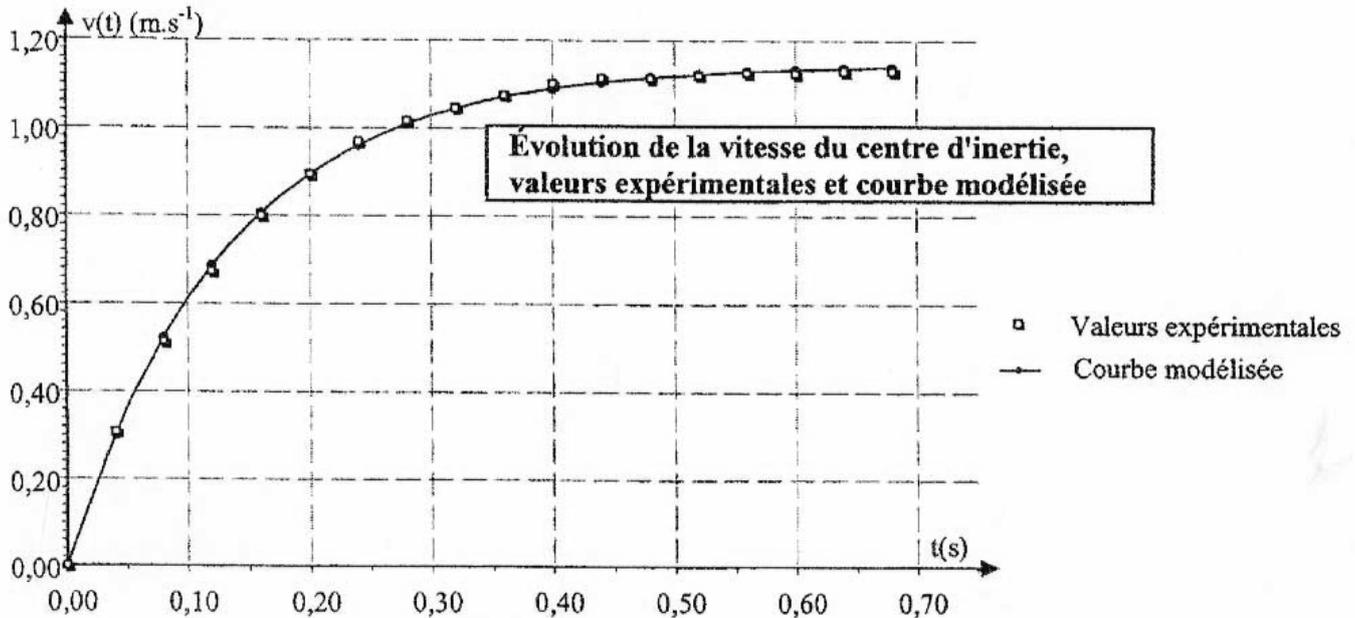
2.4. Montrer que cette équation horaire peut s'écrire $i(t) = \frac{E}{R+r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$.

3- Confrontation des résultats expérimentaux avec le modèle théorique. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et $e^0 = 1$

- 3.2. On appellera I l'intensité en régime permanent (l'intensité étant constante). Donner l'expression littérale de I . Calculer sa valeur. Est-elle en accord avec la valeur expérimentale obtenue ?
- 3.3. Donner l'expression littérale de $i(t)$ à la date $t = \tau$ en fonction de I . Calculer sa valeur. Est-elle en accord avec l'expérience ?

PARTIE B : DANS LE DOMAINE MÉCANIQUE.

L'étude de la chute d'une bille d'acier, de masse m , dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide} a été exploitée grâce à un logiciel. Les capacités du logiciel permettent ensuite de faire tracer l'évolution de la vitesse du centre d'inertie en fonction du temps. Les deux courbes, expérimentale et modélisée, sont proposées ci-dessous, mais ne donnent lieu à aucune exploitation.



1. L'équation mathématique associée à la courbe modélisée, vérifie $v(t) = 1,14 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{0,132}} \right)$ (3), avec $v(t)$ en $m.s^{-1}$ et t en s .

Cette équation est identifiable à l'équation (2).

1.1. Déterminer la valeur de α et du rapport $\frac{\beta}{\alpha}$. Donner l'unité du rapport $\frac{\beta}{\alpha}$.

1.2. Montrer que l'équation différentielle ayant l'équation (3) pour solution vérifie l'écriture numérique $\frac{dv}{dt} + 7,58 v = 8,64$.

4. Étude du phénomène physique.

2.3. Faire l'inventaire des forces appliquées à la bille. Les représenter sur un schéma, en sens et direction appliquée au centre d'inertie G de la bille.

2.4. Appliquer au système bille la seconde loi de Newton.

5. Exploitation de la modélisation

La bille ayant servi à réaliser l'étude est une bille d'acier de masse $m = 32 \text{ g}$ et de volume V . L'accélération de la pesanteur est $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

Les forces de frottement qui s'appliquent à la bille ont pour expression $\vec{f} = -k \vec{v}$.

3.3. En utilisant un axe vertical orienté vers le bas, montrer que l'équation différentielle relative à la grandeur variable $v(t)$

vérifie $\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = \left(1 - \frac{\rho_{\text{fluide}} \cdot V}{m} \right) \cdot g$.

3.4. En déduire l'expression littérale des coefficients α et β de l'équation (1).

PARTIE C : DANS LE DOMAINE DE LA RADIOACTIVITÉ

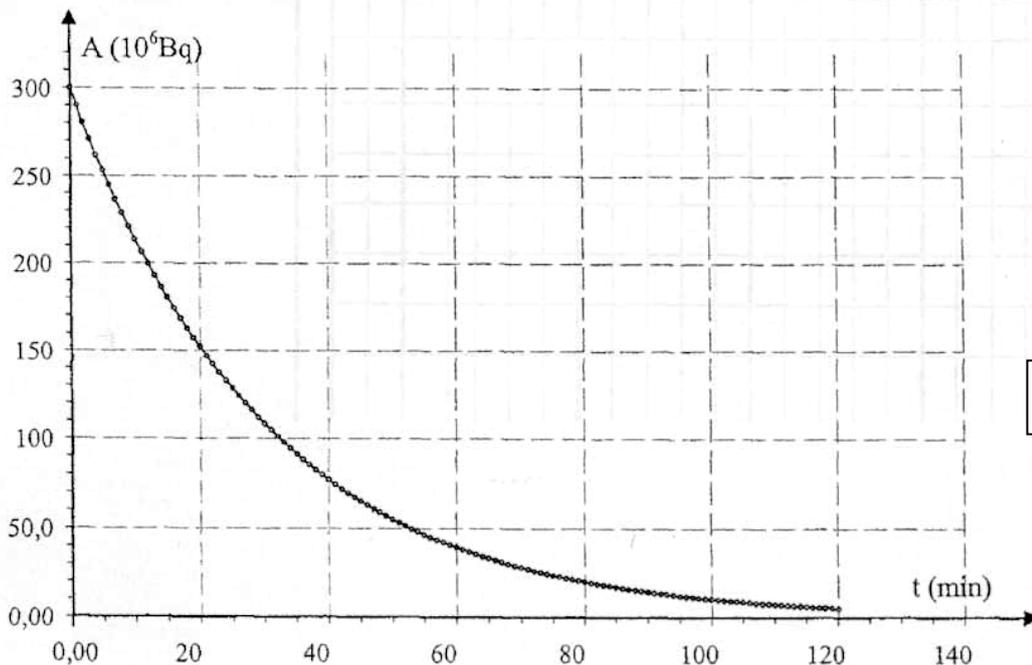
Les traceurs radioactifs sont des radio-isotopes très utilisés en imagerie médicale pour l'exploration des organes.

Des dispositifs adaptés transforment en image les mesures d'activité enregistrées.

Le ^{11}C est un traceur radioactif utilisé pour suivre en particulier l'évolution de la maladie de Parkinson. Ce traceur radioactif se fixe sur le cerveau. L'activité moyenne résiduelle évolue au cours du temps selon la loi $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$ (4).

1. L'évolution de l'activité d'un échantillon de ^{11}C est donnée sur le document 4 ci-dessous. On va utiliser ce graphique pour atteindre les grandeurs radioactives caractéristiques du ^{11}C .

Courbe donnant l'évolution d'un échantillon de ^{11}C en fonction du temps



5. Montrer par analyse dimensionnelle que λ (constante radioactive), est identifiable à l'inverse d'un temps.
6. Rappeler la relation liant λ à la constante de temps τ du radio isotope. Exprimer la loi d'évolution $A(t)$ en fonction de τ .
7. Évaluer graphiquement la valeur de la constante de temps τ et en déduire la valeur de λ .
On prendra par la suite $\lambda = 3,40 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}$.
8. Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$, le déterminer graphiquement.

Exercice III : COMME UN POISSON DANS L'EAU

L'aquariophilie est une passion qui touche de plus en plus d'amateurs mais aussi de néophytes. De nombreux facteurs peuvent contribuer à un déséquilibre dangereux pour la vie et la santé des poissons. Il est donc nécessaire de contrôler régulièrement la qualité de l'eau.

Le pH de l'eau est la première grandeur qu'il faut mesurer, au moins une fois par semaine, et ajuster éventuellement. En effet, certains poissons ne peuvent évoluer que dans un milieu acide (c'est le cas des poissons d'Amazonie comme les Néons ou les Tétras), d'autres dans un milieu basique (c'est le cas des poissons d'Amérique Centrale comme les Platy et les Molly). Aucun de ces poissons ne tolère une trop forte teneur en ions ammonium (NH_4^+) ou en ions nitrite (NO_2^-) : le cycle de l'azote doit donc être surveillé en évitant soigneusement la surpopulation de l'aquarium et l'excès de nourriture.

D'après "Poissons et aquariums" - Édition Larousse

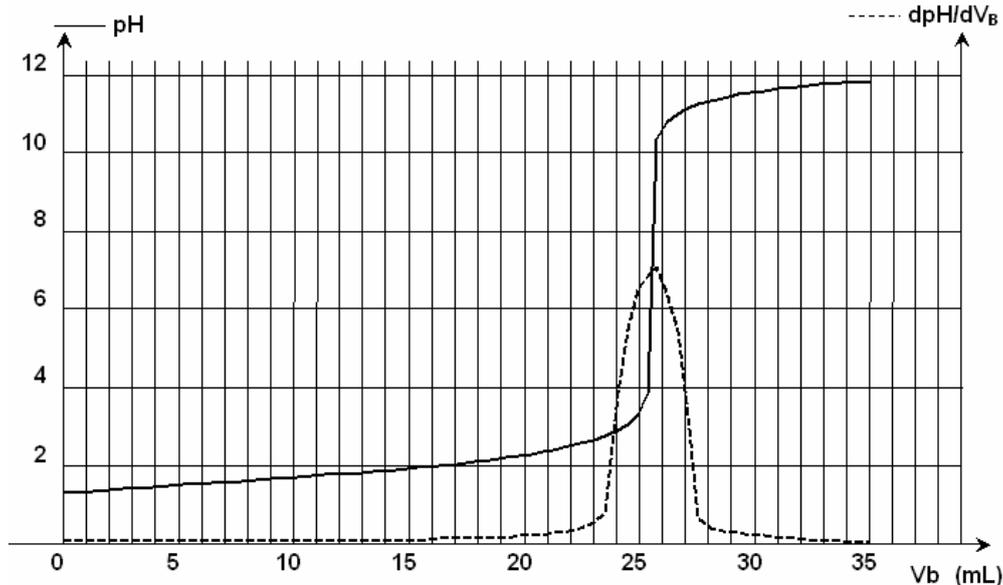
L'exercice suivant est destiné à préciser certains points de ce texte. On étudie d'abord un produit commercial utilisé pour diminuer le pH de l'eau de l'aquarium ; on s'intéresse ensuite à la formation des ions ammonium.

Les parties 1. et 2. sont indépendantes. Le logarithme décimal est noté \lg .

1. Étude d'une solution commerciale destinée à diminuer le pH de l'aquarium

Sur l'étiquette du produit on peut lire que la solution commerciale S_0 est constituée d'acide chlorhydrique : ($\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}(\text{aq})$) mais aucune concentration n'est indiquée. La transformation conduisant à l'acide chlorhydrique étant totale, la concentration c_0 de la solution commerciale est égale à la concentration en ions H_3O^+ . On cherche à déterminer cette concentration en faisant un titrage pH-métrique. Pour cela on dilue 50 fois la solution commerciale et on procède au titrage d'un volume $V_A = 20,0 \text{ mL}$ de la solution diluée S_A à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium $S_B(\text{Na}^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}))$ de concentration molaire en soluté apporté $c_B = 4,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. On obtient la courbe ci-dessous. On a également fait apparaître la courbe représentant la dérivée du pH en fonction du volume de soude versé.

Figure 1 : Titrage de la solution commerciale diluée par la soude



1.1. Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

1.2.1. En déduire la valeur de la concentration des ions oxonium dans la solution diluée \$S_A\$.

1.2.2. Montrer que dans la solution commerciale, la concentration des ions oxonium \$[H_3O^+]\$ est voisine de \$2,5 \text{ mol.L}^{-1}\$

Cette valeur sera utilisée pour la suite de l'exercice.

1.3. On désire diminuer le pH de l'eau de l'aquarium et l'amener à une valeur proche de 6 alors qu'il était initialement égal à 7. Sur le mode d'emploi du fabricant on peut lire qu'il faut verser, en une fois, 20 mL de la solution commerciale dans 100 L d'eau. Pour simplifier le calcul, on considérera que le volume final reste égal à 100 L.

Quelle serait la valeur du pH final de l'eau de l'aquarium s'il n'y avait qu'une simple dilution des ions \$H_3O^+\$?

1.4. L'eau étant toujours plus ou moins calcaire, elle contient des ions hydrogénocarbonate (\$HCO_3^-(aq)\$) dont il faut tenir compte. Les ions \$H_3O^+\$ introduits vont, en effet, réagir avec ces ions.

L'équation associée à la réaction considérée est la suivante : $HCO_3^-(aq) + H_3O^+ = CO_2(aq) + 2 H_2O(l)$ (réaction 1)

1.4.1. Donner l'expression de la constante d'équilibre \$K_1\$ associée à l'équation de la réaction 1 en fonction des concentrations des différentes espèces chimiques présente.

1.4.2. Exprimer cette constante d'équilibre en fonction de la constante d'acidité \$K_A\$ du couple : \$CO_2(aq), H_2O / HCO_3^-(aq)\$. Déterminer sa valeur numérique. Donnée : \$K_A = 10^{-6,4}\$

1.5. L'eau utilisée pour l'aquarium est très calcaire. Dans cette eau, les concentrations molaires initiales des espèces mises en jeu dans la réaction 1 sont telles que le quotient de réaction initial de cette réaction vaut : \$Q_{r,i} = 5,0\$.

1.5.1. En utilisant le critère d'évolution spontanée, montrer que des ions \$H_3O^+\$ sont consommés si l'eau est calcaire.

1.5.2. Le pH final sera-t-il supérieur, égal ou inférieur au pH calculé à la question 1.3. ?

Exercice IV (Spécialité) : LES IONS CHLORURE DANS L'EAU DE MER

L'Artémia est le nom scientifique d'un petit crustacé qui possède la particularité de pouvoir vivre dans des milieux très salés tels que certains lacs et marais salants. Pour se développer les Artémia ont besoin de vivre dans un milieu marin dont la teneur (ou la concentration massique) moyenne en ions chlorure \$Cl^-\$ est supérieure à \$30 \text{ g.L}^{-1}\$. Dans ces conditions, leur développement n'est pas compromis car les prédateurs aquatiques ne supportent pas des conditions salines aussi élevées.

Avant d'implanter un élevage d'Artémia dans des marais salants du Sud de la France, on se propose de déterminer la concentration en ions chlorure d'un prélèvement d'eau d'un marais de la zone choisie. Cette eau contient exclusivement des ions sodium et des ions chlorure.

La méthode utilisée permet de doser les ions chlorure par précipitation avec les ions argent \$Ag^+\$. La réaction de précipitation $Ag^+(aq) + Cl^-(aq) = AgCl(s)$ peut être considérée comme totale (taux d'avancement \$\tau\$ quasiment égal à 1). Le chlorure d'argent formé est un solide blanc.

L'équivalence du dosage sera déterminé de deux manières :

- en utilisant un indicateur coloré,
- en mesurant la conductivité lors du dosage.

Partie A : dosage colorimétrique

L'indicateur coloré de fin de réaction est préparé en dissolvant quelques grains de dichlorofluorescéine dans un mélange eau-éthanol (méthode de Fajans). La solution obtenue a une couleur jaune. La présence d'ions sodium \$Na^+\$, chlorure \$Cl^-\$ ou nitrate (\$NO_3^-\$) ne modifie pas la couleur de la dichlorofluorescéine. Par contre, en présence d'ions \$Ag^+\$, la solution de dichlorofluorescéine prend une couleur rose-rouge.

1. Illustration du fonctionnement de l'indicateur coloré

On prépare deux tubes à essais, numérotés 1 et 2. Dans chaque tube, on mélange 2,0 mL de solution de chlorure de sodium (\$Na^+(aq) + Cl^-(aq)\$) de concentration \$0,10 \text{ mol.L}^{-1}\$ et quelques gouttes de solution de l'indicateur coloré préparé avec la dichlorofluorescéine.

- Dans le tube n°1, on ajoute 0,5 mL de solution de nitrate d'argent ($\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{NO}_3^-_{(\text{aq})}$) de concentration $0,10 \text{ mol.L}^{-1}$.
 - Dans le tube n°2, on ajoute 2,2 mL de solution de nitrate d'argent de concentration $0,10 \text{ mol.L}^{-1}$.
- a) Quel est le réactif en excès dans chacun des tubes ? Justifier.
b) Quel est l'aspect et la coloration du contenu de chaque tube ?

2. Principe du dosage

On veut doser un volume V_1 d'une solution S_1 d'ions chlorure par une solution S_2 de nitrate d'argent de concentration C_2 .

- a) Faire un schéma annoté du dispositif de titrage.
b) Définir l'équivalence et expliquer brièvement comment la déterminer.

3. Préparation de la solution à doser

En septembre 2003, après un été caniculaire, on a prélevé un échantillon d'eau dans un marais salant, de la zone prévue pour implanter l'élevage d'Artémia. On dilue 10 fois cette eau pour obtenir la solution S_1 à doser.

- a) On souhaite obtenir 50 mL de la solution S_1 . Quel volume d'eau doit-on prélever ?
b) Désigner et nommer la verrerie à utiliser pour effectuer cette dilution. Expliquer brièvement le mode opératoire.

4. Exploitation du dosage

On réalise le dosage d'un volume $V_1 = 10,0 \text{ mL}$ de solution S_1 par une solution S_2 de nitrate d'argent de concentration $C_2 = 1,00 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$. Le volume de nitrate d'argent versé à l'équivalence est : $V_E = 15,2 \text{ mL}$.

- a) Déterminer la concentration molaire des ions chlorure dans la solution S_1 .
b) En déduire la concentration molaire des ions chlorure dans l'eau du marais.
c) Cette eau est-elle favorable au développement des Artémia ?

Donnée : masse molaire atomique du chlorure : $M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g.mol}^{-1}$.

Partie B : dosage conductimétrique

Données :

Conductivité molaire ionique à 25°C :

$$\lambda(\text{Cl}^-) = 7,63 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1} ; \quad \lambda(\text{Ag}^+) = 6,19 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$$

$$\lambda(\text{NO}_3^-) = 7,14 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1} ; \quad \lambda(\text{Na}^+) = 5,01 \times 10^{-3} \text{ S.m}^2.\text{mol}^{-1}$$

On a reporté en **annexe (à rendre avec la copie)**, l'évolution de la conductivité σ au cours du dosage en fonction du volume de nitrate d'argent versé.

1. Déterminer graphiquement sur l'**annexe** le point d'équivalence E du dosage.
2. Justifier, sans calculs, la diminution de la conductivité avant l'équivalence.
3. Justifier, sans calculs, l'augmentation de la conductivité après l'équivalence.

Suivi par conductimétrie du dosage des ions chlorure

