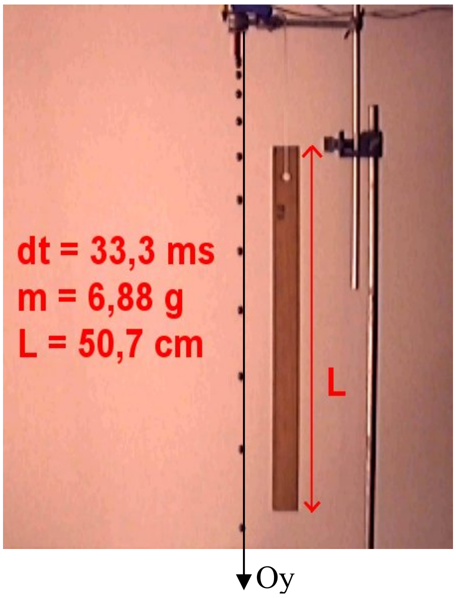
TP Recherche de l'expression d'une force
à partir d'enregistrements vidéos de mouvements de chutes
Travail préparatoire

I. Objectif :

Établir un bilan de forces à partir des données expérimentales (vidéo de chute verticale dans l'air).
La vidéo utilisées est à l'adresse :
http://pedagogie.ac-aix-marseille.fr/physique/sciences_physiques/Menu/Video/Tableau/Presentation.htm

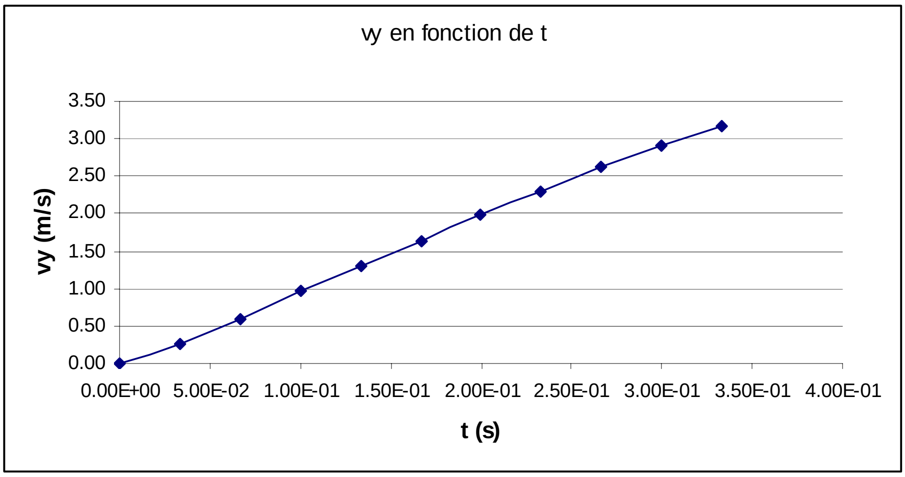
II. Etude expérimentale de la chute d'une bille dans l'air :



A l'aide d'Aviméca ou Avistep, on réalise l'acquisition des positions du centre d'inertie de la bille au cours de sa chute à partir de la vidéo bille_1_air.
Les mesures sont exportées dans le taleur Excel.
Le mouvement étant selon l'axe Oy, la vitesse v du centre d'inertie de la bille est égale à chaque instant à v_y (sa composante sur l'axe Oy).
A l'aide du tableur, la vitesse v_y est calculée, puis son évolution temporelle est représentée graphiquement.

	A	B	C	D
1	Temps (s)	Abscisse bille (m)	Ordonnée bille (m)	v = v_y (m/s)
2	0.00E+00	0.00	0.000	0.00
3	3.33E-02	0.00	0.005	0.26
4	6.67E-02	0.00	0.017	0.60
5	1.00E-01	0.00	0.045	0.98
6	1.33E-01	0.00	0.083	1.31
7	1.67E-01	0.00	0.132	1.63
8	2.00E-01	0.00	0.192	1.98
9	2.33E-01	0.00	0.264	2.31
10	2.67E-01	0.00	0.345	2.62
11	3.00E-01	0.00	0.438	2.91
12	3.33E-01	0.00	0.539	3.17
13	3.67E-01	0.00	0.649	

- Indiquer l'expression écrite dans la cellule D4 permettant de calculer v_y à la date t_4 = 6.67E-02 s
- Quelle est la nature du mouvement selon l'axe Oy ?



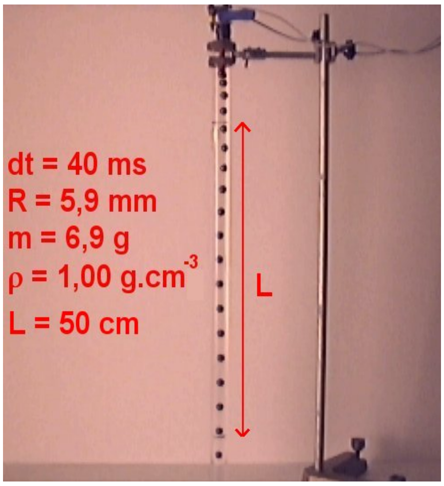
- Donner l'équation de la loi d'évolution temporelle de v_y.
- Calculer l'accélération du centre d'inertie de la bille.
- A l'aide de la 2ème loi de Newton, en déduire les caractéristiques du vecteur somme des forces extérieures appliquées à la bille.
- Le poids de la bille est-il la seule force extérieure exercée sur la bille au cours de sa chute ?
- Donner une valeur approchée de la poussée d'Archimède exercée par l'air sur la bille au cours de sa chute.

TP Recherche de l'expression d'une force
à partir d'enregistrements vidéos de mouvements de chutes
Mouvement de chute dans un fluide

I. Objectifs :

Il s'agit d'établir puis de valider un modèle pour une force de frottement fluide.

II. Etude expérimentale de la chute d'une bille dans l'eau :



Ouvrir Aviméca ou Avistep
Etalonner des longueurs.
Réaliser l'acquisition des positions du centre d'inertie de la bille au cours de sa chute à partir de la vidéo bille_eau_pure.
Exporter les mesures dans une nouvelle feuille Excel.

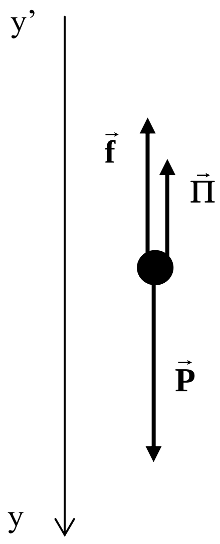
t	x	y

- Calculer v_y la composante sur l'axe Oy du vecteur vitesse du centre d'inertie de la bille (ici $v_y = v$)
- Représenter graphiquement v_y en fonction du temps.
- Le mouvement selon Oy est-il uniformément accéléré ?

- La composante selon Oy du vecteur « somme des forces extérieures appliquées sur la bille » est-elle constante ?
- Proposer une explication.

III. Etude théorique de la chute de la bille dans un fluide :

Dans <u>le référentiel</u> du laboratoire (terrestre et supposé galiléen), la bille est soumise à :



son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$

la poussée d'Archimède $\vec{\Pi} = -\rho\,V\,\vec{g}$

la force de frottement fluide de l'eau $\vec{f}$

<u>La 2ème loi de Newton appliquée à la bille</u> : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}$

donne, en projetant sur l'axe y'y: $P - \Pi - f(t) = m\,a_y = m\dfrac{dv_y(t)}{dt}$

soit : $m\,g - \rho\,V\,g - f(t) = m\dfrac{dv_y(t)}{dt}$

puis: $g - \dfrac{\rho V g}{m} - \dfrac{f(t)}{m} = \dfrac{dv_y(t)}{dt}$

En posant $\boxed{A = g - \dfrac{\rho V g}{m} = g(1 - \dfrac{\rho V}{m})}$ on a finalement: $\boxed{\dfrac{dv_y(t)}{dt} = A - \dfrac{f(t)}{m}}$ relation (1)

On remarque que V, m, g et ρ sont des données connues ou déterminées expérimentalement et que l'on peut donc calculer A. Quelle est la dimension de la constante A ?
Calculer sa valeur dans le système international.

IV. Recherche d'une expression pour la force de frottement fluide :

Hypothèse 1 : force de frottement du type f = kv

L'équation différentielle devient alors :

$$\frac{dv_y(t)}{dt} = A - \frac{k.v_y(t)}{m} \qquad (2)$$

soit encore $\frac{dv_y(t)}{dt} = A - B.v_y(t)$ avec $B = \frac{k}{m}$

Hypothèse 2 : force de frottement de la forme $f = kv^n$

L'équation différentielle est alors de la forme :

$$\frac{dv_y(t)}{dt} = A - \frac{k.v_y^n(t)}{m} \qquad (3)$$

soit encore $\frac{dv_y(t)}{dt} = A - B.v_y^n(t)$ avec $B = \frac{k}{m}$

Détermination de B à partir de la courbe expérimentale $v_y(t)$

Quand la vitesse limite est atteinte, la vitesse reste constante, sa dérivée est nulle : $\frac{dv_y(t)}{dt} = 0$

A partir du tableau ou du graphique obtenus au II, déterminer la valeur de la vitesse limite v_{lim}.

D'après (2), on a: $B.v_{lim} = A$ d'où $\boxed{B = \frac{A}{v_{lim}}}$

Calculer la valeur de B.

D'après (3), on a: $B.v^n_{lim} = A$ d'où $\boxed{B = \frac{A}{v^n_{lim}}}$

V. Principe de la méthode d'Euler :

Leonhard Euler (1707-1783) : http://www.euler-2007.ch/fr/euler.htm

Le principe sera mis en évidence à partir de l'équation (2), mais facilement transposable à toute équation de type (3).

L'équation différentielle considérée est du type : $\frac{dv(t)}{dt} = A - B.v(t)$

Pour un intervalle de temps Δt suffisamment petit, la dérivée de la vitesse par rapport au temps $\frac{dv(t)}{dt}$ peut être assimilée au rapport $\frac{\Delta v(t)}{\Delta t}$ Ainsi $\boxed{\Delta v(t) \approx [A - Bv(t)].\Delta t}$ (relation 4 vérifiée à chaque instant t)

La méthode consiste à supposer que la vitesse à l'instant $(t + \Delta t)$: $\boxed{v(t+\Delta t) = v(t) + \Delta v(t)}$ (relation 5)

Ainsi connaissant la vitesse initiale v(0), on calcule $\Delta v(0)$ (relation 4), puis $v(0+\Delta t)$ (relation 5)
Et on connaît la vitesse $v(t_1)$,à l'instant $t_1 = \Delta t$, on calcule $\Delta v(t_1)$ (relation 4), puis $v(t_1+\Delta t)$ (relation 5)
Et on connaît la vitesse $v(t_2)$à l'instant $t_2 = 2\Delta t$, on calcule $\Delta v(t_2)$ (relation 4), puis $v(t_2+\Delta t)$ (relation 5)
…et ainsi de suite

La méthode d'Euler permet de trouver numériquement, pas par pas, l'évolution de la vitesse. C'est une méthode ***numérique itérative***. Le pas d'itération Δt doit être suffisamment petit comparé à la durée du phénomène transitoire. Le modèle de f sera validé si l'évolution temporelle de la vitesse ainsi calculée coïncide avec l'évolution observée expérimentalement.

VI. Mise en œuvre avec un tableur :

- Choisir le pas Δt tel que la durée observée du phénomène transitoire soit d'environ 100 Δt.
- A l'aide du tableur, calculer les différents v(t) à partir de la vitesse initiale.
- Superposer l'évolution temporelle ainsi obtenue à la courbe expérimentale obtenue au II.
- Le modèle de la force de frottement f = k.v peut-il être validé ?
- Dans la négative remettre en œuvre la méthode à partir d'une équation du type (2) avec n convenablement choisi.