Jouons avec les opérateurs logiques - Tables de vérité des principaux opérateurs logiques

I- Les principaux opérateurs :

1°) L'opérateur NON :

En logique NON signifie simplement l'autre état : si la valeur de A est 0, NON A vaudra 1 ; si la valeur de A est 1, NON A vaudra 0
Exemple : proposition logique A = "La température est au-dessus de 20°C"
proposition NON A (notée $\bar{A}$) = "La température n'est pas au-dessus de 20°C"

En électronique, l'opération NON peut être réalisée par un commutateur.
Pour la variable A, la table de vérité de la fonction NON est la suivante :

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

2°) L'opérateur ET (AND) :

Il agit sur 2 variables A et B (ou plus).
La proposition A ET B sera vraie si A est vraie en même temps que B.
Ecrire la table de vérité de l'opérateur ET

A	B	A ET B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

3°) L'opérateur OU (OR) :

Il agit sur 2 variables A et B (ou plus).
La proposition A OU B sera vraie si A est vraie ou bien si B est vraie (si l'une des 2 propositions est vraie ou les 2) : OU (inclusif).
Ecrire la table de vérité de l'opérateur OU (inclusif).

A	B	A OU B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

4°) L'opérateur OU exclusif (EXOR):

La proposition "A OUex B" sera vraie si l'une seulement de A ou de B est vraie (mais pas les deux à la fois).
Ecrire la table de vérité de l'opérateur OU exclusif.

A	B	A OUex B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

5°) L'opérateur NON-ET (NAND) :

La proposition NON (A ET B) sera vraie si A et B ne sont pas vraies en même temps.
Ecrire la table de vérité de l'opérateur NON (A ET B)

A	B	NON (A ET B)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

6°) L'opérateur NON-OU (NOR) :

La proposition NON (A OU B) sera vraie si ni A ni B ne sont vraies.
Ecrire la table de vérité de l'opérateur NON (A OU B)

A	B	NON (A OU B)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

7°) L'opérateur NON-OU exclusif (EXNOR) :

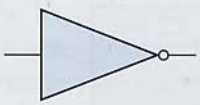
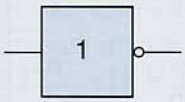
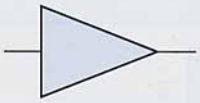
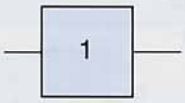
Ecrire la table de vérité de l'opérateur NON (A OU B)

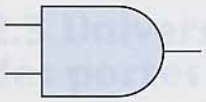
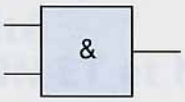
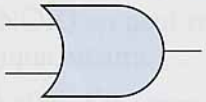
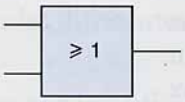
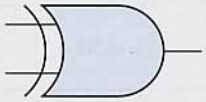
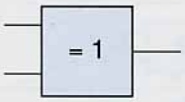
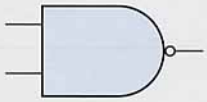
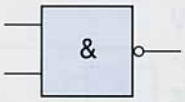
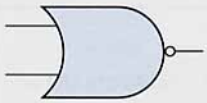
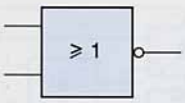
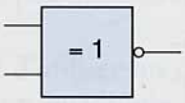
A	B	NON (A OU ex B)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

II- Exercices de logique : En utilisant des tables de vérité, montrer les théorèmes suivants :

A OU (A ET B) = A
AET (A OU B) = A
NON (A OU B) = NONA ET NON B
NON (A ET B) = NONA OU NON B

III- Mémo sur les portes logiques :

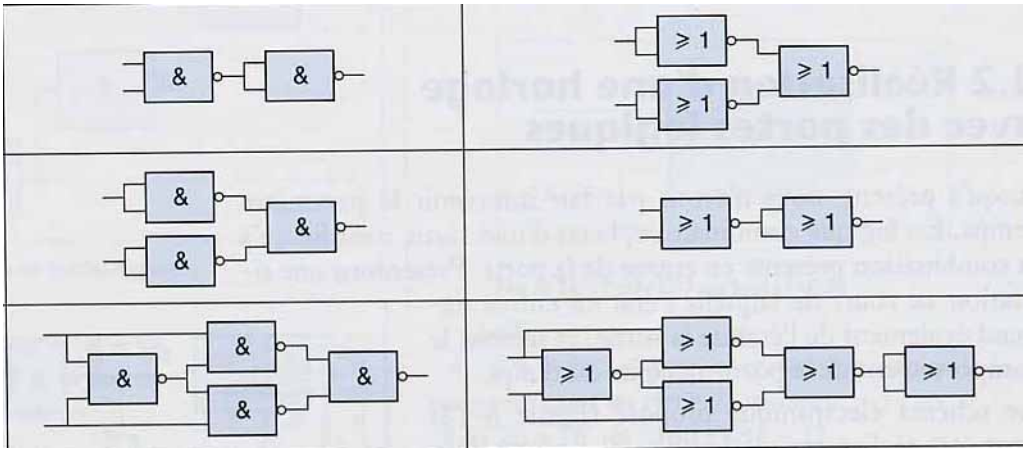
Symboles anglo-saxons	Symboles européens	Tables de vérité	Fonctions logiques	Série CMOS
		E | S 0 | 1 1 | 0	« NON » (NOT)	4069
		E | S 0 | 0 1 | 1	« OUI » (BUFFER) ou TAMPON	4010

Symboles anglo-saxons	Symboles européens	Tables de vérité	Fonctions logiques	Série CMOS
		E1 | E2 | S 0 | 0 | 0 0 | 1 | 0 1 | 0 | 0 1 | 1 | 1	« ET » (AND)	4081
		E1 | E2 | S 0 | 0 | 0 0 | 1 | 1 1 | 0 | 1 1 | 1 | 1	« OU » (OR)	4071
		E1 | E2 | S 0 | 0 | 0 0 | 1 | 1 1 | 0 | 1 1 | 1 | 0	« OU exclusif » (EXOR)	4030
		E1 | E2 | S 0 | 0 | 1 0 | 1 | 1 1 | 0 | 1 1 | 1 | 0	« NON - ET » (NAND)	4011
		E1 | E2 | S 0 | 0 | 1 0 | 1 | 0 1 | 0 | 0 1 | 1 | 0	« NON - OU » (NOR)	4001
		E1 | E2 | S 0 | 0 | 1 0 | 1 | 0 1 | 0 | 0 1 | 1 | 1	« NON - OU exclusif » (EXNOR)	4077

IV- Universalité des portes NON-ET et NON-OU:

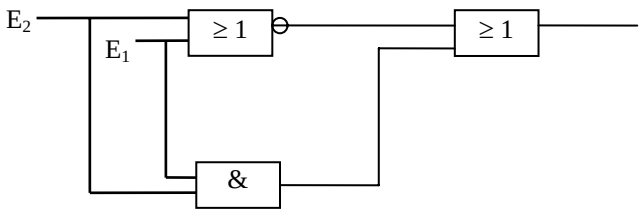
On peut réaliser les différentes fonctions de la logique binaire à partir d'une association judicieuse de portes NON-ET ou NON-OU.

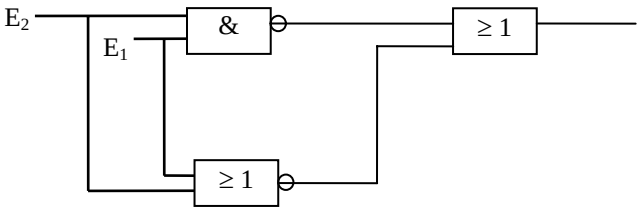
Simuler ces associations à l'aide de crocodile physics - Construire les tables de vérité des montages suivants et retrouver la fonction logique.



V- Autres association de portes logiques :

Ecrire les tables de vérité des 2 associations suivantes





A quelle fonction logique simple correspondent-elle ?

VI- Réalisation d'un additionneur binaire :

1°) Rappels sur l'addition binaire :

Le *système binaire* permet de représenter tous les nombres en utilisant uniquement les deux symboles 0 et 1.

L'addition dans le système binaire s'effectue selon les mêmes règles que dans le système décimal, à partir de la table suivante:

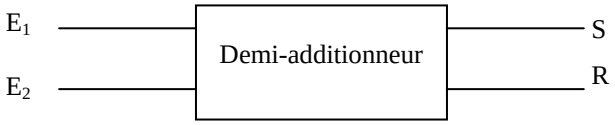
0 + 0 = 0 0 + 1 = 1 1 + 0 = 1 1 + 1 = 10

☞ Exemples d'additions binaires (à effectuer) :

A	11	101	1001	1111
B	10	011	101	111
somme				

2°) Principe du demi-additionneur :

C'est un dispositif électronique qui permet de réaliser l'addition de 2 chiffres binaires E1 et E2. Le résultat de l'addition présente 2 variables : S (valeur de l'unité) et R (l'éventuelle retenue)



☞ Ecrire la table de vérité du demi-additionneur :

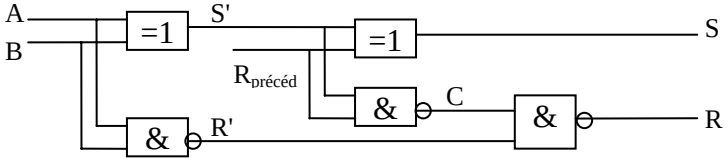
E_1	E_2	S	R
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

☞ Déduire de cette table, le schéma fonctionnel du montage, on pourra essayer avec le logiciel crocodile clips:

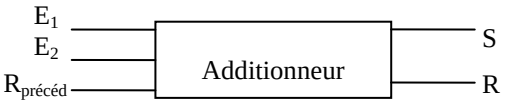
Le demi-additionneur ne permet de réaliser que des opérations sur des nombres à 1 seul chiffre, puisqu'il n'intègre pas en entrée une éventuelle retenue.

3°) L'additionneur complet :

Il permet de réaliser une addition de 2 chiffres binaires en prenant en compte la retenue du rang précédent. En voici le schéma :



ou



☞ Ecrire la table de vérité correspondante et vérifier qu'elle correspond à la somme de A et B en tenant compte de la retenue précédente $R_{précéd}$

A	B	$R_{précéd}$	S'	R'	C	R	S
0	0	0					
0	1	0					
1	0	0					
1	1	0					
0	0	1					
0	1	1					
1	0	1					
1	1	1					

☞ Simuler le demi-additionneur sur crocodile et vérifier sa table de vérité.

4°) Le double additionneur

Il permet de réaliser la somme de deux nombres binaires (A1A0 et B1B0) chacun constitué de 2 bits.
Il est composé de 2 additionneurs en cascade ; au niveau des unités, un demi additionneur suffit.

1°) Etablir sa table de vérité complète

Ro	A0	B0	R1	A1	B1	S0	S1	R2
0	0	0		0	0			
0	0	0		0	1			

2°) Réaliser à l'aide de crocodile clips la simulation d'un additionneur permettant de faire la somme de 2 nombres binaires à 4 chiffres chacun. Présentation imposée :

Les 4 entrées binaires du nombre A
Les 4 entrées binaires du nombre B
Les 5 sorties binaires de la somme

	A3	A2	A1	A0
	B3	B2	B1	B0
S4	S3	S2	S1	S0

On réalise l'addition de nombres à plusieurs chiffres en associant en cascade autant d'unité d'additionneurs qu'il y a de chiffres. En simuler un sur crocodile.